

# メタ分析

山田剛史

横浜市立大学国際教養学部 教授

本稿では、メタ分析の歴史と手順について概略を述べた後で、代表的な効果量とその統合の方法、メタ分析結果の視覚的な表現について解説する。

## 1 はじめに

### 1.1 メタ分析とは

メタ分析 (meta-analysis) とは、同一のテーマについて行われた複数の研究結果を統計的な方法を用いて統合すること、統計的なレビューの手続きのことをいう (これを広義のメタ分析と呼ぶことにする)。「系統的レビューとメタ分析 (systematic review and meta-analysis)」とも言われるが、後者の表現では、統計的な方法を用いた先行研究の量的なレビューの一連のプロセスのうちの統計解析の部分のみを指してメタ分析という (これを狭義のメタ分析と呼ぶ)。

メタ分析の歴史的経緯を簡単に述べておく。初めてメタ分析という名称を用いたのは Glass (1976) である。Smith & Glass (1977) は、心理療法の効果を実証的に検討するため、375 件の心理療法の効果研究を対象としてメタ分析を行った。そのうえで、「心理療法には効果がある」と結論づけた。1980年代に入るとメタ分析のテキストが多数出版され、統計解析についての理論的検討が進んだ (e.g., Cooper, 1982; Hedges & Olkin, 1985; Hunter & Schmidt, 1990; Light & Pillemer, 1984; Rosenthal, 1991)。メタ分析研究の成果は Cooper と Hedges の編集によりまとめられ、*The Handbook of Research*

*Synthesis* として 1994 年に出版された。このハンドブックは、2009 年に第 2 版が、2019 年には第 3 版が出版されている (2 版以降は、Cooper, Hedges, & Valentine による編集)。

近年は、様々な組織がメタ分析研究を収集するデータベースを提供している。例えば、コクラン共同計画 (Cochrane Collaboration<sup>1)</sup>) の提供するコクランライブラリー (Cochrane Library<sup>2)</sup>)、キャンベル共同計画 (Campbell Collaboration<sup>3)</sup>)、米国の IES (Institute of Educational Sciences) により設立された What Works Clearinghouse などが有名である。

### 1.2 メタ分析の手順

メタ分析の手順としては、Cooper (2009, 2016) の「7段階モデル」が有名である (表 1)。

「問題の定式化」の段階では、関心のある変数や関連を定義し、メタ分析の対象となる研究とならない研究を区別する。メタ分析の研究母集団を定める。「文献探索」の段階では、関連する研究を検索するためのデータベースや文献を決める。検索に用いる用語を定める。

「研究からの情報の収集」の段階では、メタ分析の対象となる研究から必要な情報を抽出し、(多くは) 電子媒体へと変換する (コーディングを行う)。「研究の質の評価」の段階では、メタ分析に含める研究と除外する研究を決める適格性基準を定め、適用する。

「研究結果の分析と集積」の段階では、研究結果を統合する手続きと、研究間の結果の差異を検討する方法を決めて、適用する。狭義のメ



タ分析は、系統的レビューにおける統計解析の部分を目指す。この段階がそれに当たる。

「エビデンスの解釈」の段階では、統合された研究結果について、頑健性、一般化可能性、短所について検討する。「結果の公表」の段階では、読者にとって必要な情報（方法、結果に関する情報）を定めて、論文やレポートを執筆する。Cooperの7段階モデルの詳細については、Cooper (2009,2016)、あるいは、山田・井上 (2012) を参照されたい。

## 2 効果量

メタ分析では、各研究の情報を集約するため、測定単位に寄らない指標である効果量 (effect size) を用いて、研究結果の統合を行う。代表的な効果量として、標準化平均値差、オッズ比OR、相関係数rがある。本節ではこれらの効果量とその誤差分散について述べる。

### 2.1 標準化平均値差

標準化平均値差 (standardized mean difference: SMD) は、関心下の変数 (連続変数) について、比較する2群の平均値の差を標準偏差で割ることで求められる。標準化平均値差には、(1) Glassの $\Delta$ 、(2) Hedgesの $g$ 、(3) Hedgesの

$\hat{\delta}$ 、(4) Cohenの $d$ の4つがある。

母集団における効果量 (母集団標準化平均値差) を $\delta$ とすると、表2の左端のように表される。 $\mu_E$ は実験群 (experimental group) の母平均、 $\mu_C$ は統制群 (control group) の母平均、 $\sigma$ は2群に共通の母標準偏差である。4つの標本効果量のいずれかを用いて、母集団効果量を推定する。 $s_C$ は統制群の標準偏差、 $s_p$ と $\hat{\sigma}$ はいずれも2群をプールした分散の平方根で、それぞれ以下の式で求められる。

$$s_p^2 = \frac{(n_E - 1) \times s_E^2 + (n_C - 1) \times s_C^2}{n_E + n_C - 2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(n_E - 1) \times s_E^2 + (n_C - 1) \times s_C^2}{n_E + n_C}$$

ここで、 $s_E^2$ は実験群の、 $s_C^2$ は統制群のそれぞれのデータから求めた不偏分散であり、 $n_E$ と $n_C$ は実験群と統制群のサンプルサイズである。Hedges (1981) は、Hedgesの $g$ のバイアスを修正したHedgesの $\hat{\delta}$ を提案している。Hedgesの $\hat{\delta}$ の分散 $\hat{\sigma}_{\hat{\delta}}^2$ は以下の式で求められる。

$$\hat{\sigma}_{\hat{\delta}}^2 = \frac{n_E + n_C}{n_E n_C} + \frac{\hat{\delta}^2}{2(n_E + n_C)}$$

表1 Cooperの7段階モデル(Cooper, 2009,2016)

段階1	問題の定式化 (Formulating the problem)
段階2	文献探索 (Searching the literature)
段階3	研究からの情報の収集 (Gathering information from studies)
段階4	研究の質の評価 (Evaluating the quality of studies)
段階5	研究結果の分析と集積 (Analyzing and integrating the outcomes of studies)
段階6	エビデンスの解釈 (Interpreting the evidence)
段階7	結果の公表 (Presenting the results)

表2 標準化平均値差

母集団効果量	Glassの $\Delta$	Hedgesの $g$	Hedgesの $\hat{\delta}$	Cohenの $d$
$\delta = \frac{\mu - \mu_C}{\sigma}$	$\Delta = \frac{\bar{y}_E - \bar{y}_C}{s_C}$	$g = \frac{\bar{y}_E - \bar{y}_C}{s_p}$	$\hat{\delta} = g \times \left(1 - \frac{3}{4(n_E + n_C) - 9}\right)$	$d = \frac{\bar{y}_E - \bar{y}_C}{\hat{\sigma}}$

表3 2×2クロス集計表

	効果あり	効果なし	合計
実験群	$a$	$b$	$n_E$
統制群	$c$	$d$	$n_C$

## 2.2 オッズ比

表3の2×2クロス集計表において、 $a, b, c, d$ は各セルの度数、 $n_E$ と $n_C$ は実験群と統制群のサンプルサイズである。

ある事象のオッズ (Odds) は、「ある事象が起こった比率÷ある事象が起こらなかった比率」で定義される。表3の例では、「効果ありの比率÷効果なしの比率」となる。

実験群のオッズは、 $a/n_E \div b/n_E = a/b$

統制群のオッズは、 $c/n_C \div d/n_C = c/d$

オッズ比 (Odds Ratio, 以下、 $OR$ ) は、実験群のオッズを統制群のオッズで割る。

$$OR = a/b \div c/d = ad/bc$$

オッズ比  $OR$  が1のときは関連が無く、オッズ比が0から1の間の時は負の関連があり、オッズ比が1より大きいときは正の関連がある、と解釈する。オッズ比は、0ではなく1を中心に値の解釈をするのでわかりにくい。このため、オッズ比を対数変換した対数オッズ比がよく用いられる。対数オッズ比は、正の数なら正の関係を表し、負の数なら負の関係を表すというように0を起点にして考えることができるので解釈しやすい。また、標準誤差の計算も容易になる。対数オッズ比 (Log Odds Ratio, 以下、 $LOR$ ) とその分散  $V_{LOR}$  は、以下の式で求められる ( $\ln$  は自然対数を意味する)。

$$LOR = \ln (OR)$$

$$V_{LOR} = 1/a + 1/b + 1/c + 1/d$$

## 2.3 相関係数

2つの量的変数の関連は、相関係数として表現される。相関係数は効果量としても利用される。相関係数は、2変数の共分散をそれぞれの標準偏差の積で割って求められる。

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

相関係数を効果量として用いる場合、Fisherの $z$ 変換を行うことが多い。 $z$ とその分散は以下のように求められる。

$$z = 0.5 \times \ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right)$$

$$V_z = \frac{1}{n-3}$$

本節では、代表的な効果量として、標準化平均値差、オッズ比 (対数オッズ比)、相関係数を紹介した。これらの効果量は変換式を用いて互いに変換することができる。また、効果量を算出するために必要な値が論文に明記されていない場合もある。そのような場合でも、論文に記載された他の情報から効果量を求めることもできる。詳細については、Lipsey & Wilson (2001)やBorenstein et al. (2009)を参照されたい。

## 3 効果量の統合と異質性の検討

メタ分析の対象となる複数の研究から効果量を求めることができたなら、それらを統合する。この時、「固定効果モデル (fixed effect model)」、「変量効果モデル (random effects model)」、「混合効果モデル (mixed effects model)」などを用いることができる。

効果量の統合の手順は、(1) 研究ごとに効果量  $T_i$  とその分散  $v_i$  を求める、(2) 研究ごとに重み  $w_i$  を求める、(3) 効果量の重み付き平均  $\bar{T}$  とその分散  $v$  を求める、となる。



例えば、効果量としてHedgesの $\hat{\delta}$ を用いるとすると、研究ごとの重み $w_i$ は分散 $v_i$ の逆数として求められる。

$$v_i = \hat{\sigma}_{\hat{\delta}}^2 = \frac{n_E + n_C}{n_E n_C} + \frac{\hat{\delta}^2}{2(n_E + n_C)}$$

$$w_i = 1/v_i$$

重み $w_i$ を用いて、 $k$ 個の研究から効果量の重み付き平均 $\bar{T}$ とその分散 $v$ を計算すると、

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i T_i}{\sum_{i=1}^k w_i}$$

$$v = \frac{1}{\sum_{i=1}^k (1/v_i)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k w_i}$$

と求められる。効果量の重み付き平均 $\bar{T}$ とその分散 $v$ を使って、母集団効果量 $\theta$ の95%信頼区間を次式で求めることができる。

$$[\bar{T} - 1.96\sqrt{v}, \bar{T} + 1.96\sqrt{v}]$$

ここで紹介したのは、固定効果モデルによる効果量の統合の方法である。固定効果モデルでは、母集団効果量 $\theta$ の真値は固定された単一の値であるという強い仮定を置く。これに対して変量効果モデルは、母集団効果量 $\theta$ それ自体が変動し、分布をなすことを仮定する。固定効果モデルの仮定が適切と言えるかどうかを確認するため、 $Q$ 統計量を用いた検定を行うことができる。

$$Q = \sum_{i=1}^k w_i T_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k w_i T_i)^2}{\sum_{i=1}^k w_i}$$

この検定統計量は、母集団効果量が等質であるという帰無仮説のもとで、自由度 $df = k - 1$ のカイ二乗分布に従う。帰無仮説が棄却された場合は、固定効果モデルの仮定が適切ではないと考えられる。この場合は、

変量効果モデルを用いたり、あるいは、効果量のばらつきを説明するために、調整変数を用いて分析したりする。研究の特徴を調整変数として用いる分析には、分散分析的アプローチやメタ回帰分析などがある。こうした方法の詳細については、Borenstein et al. (2009) を参照のこと。

## 4 メタ分析の結果の視覚的表現

メタ分析の結果を視覚化するために、図1のようなフォレストプロット (forest plot) がよく用いられる。図1ではStudy 1からStudy 10まで10件の研究が用いられている。例えば、Study 1だと図の右側には-0.33[-0.90, 0.24]と書かれているが、これは標本効果量の値とその95%信頼区間である。図1の例では、標準化平均値差が効果量として用いられている。中央には、大きさの異なる正方形と、長さの異なる横線が描かれている。正方形のある位置が標本効果量の値を示しており、横線が95%信頼区間を表現している。正方形の大きさは、研究ごとの重み (weight) の差異を表している。正方形が大きいほど、研

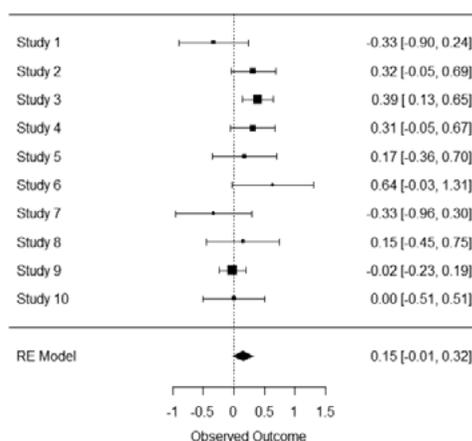


図1 フォレストプロット。Rのmetaforパッケージ (Viechtbauer, 2010) で作成。データは、Lipsey & Wilson (2001) の7章から

究の重みが大きいことを意味する (Study 3や Study 9)。信頼区間の幅は、効果量の推定精度を示す。信頼区間の幅が狭いほど、効果量の推定精度が高い (Study 3や Study 9など)。

フォレストプロットの一番下に描かれた菱形は、研究全体の統合された効果量が表現されている。菱形の左端から右端までの長さは95%信頼区間を、菱形の中心は統合された効果量の値を示している。

## 5 まとめと課題

### 5.1 一事例実験のメタ分析

「一事例実験 (Single-Case Experimental Designs: SCED)」は、一事例研究 (Single-Case Research: SCR) とも呼ばれ、臨床心理学、特別支援教育研究、スポーツ心理学など様々な領域で活用されている。紙幅の関係で本稿では取り上げることができなかったが、一事例実験を対象にしたメタ分析が近年注目を集めている。詳細については、Pustejovsky & Ferron (2017)、Moeyaert et al. (2018)、Moeyaert et al. (2020) を参照されたい。

### 5.2 留意点

メタ分析は、一次研究の結果を利用して研究の統合を行うので、対象が実証研究に限られる。

理論研究や質的な研究をメタ分析の対象にすることはできないという制約がある。また、メタ分析の結果の妥当性についての批判もある。例えば、リンゴとオレンジ問題 (リンゴとオレンジのように異なる研究をごちゃ混ぜにして良いのか)、ゴミを入れてもゴミしか出てこない (質の低い研究を集めて統合しても、良い結果は導き出せない)、引き出し問題 (統計的に有意にならない結果は、公表されず引き出しの中にしまわれてしまう) などが有名である。引き出し問題は、出版バイアス (publication bias) に関連するもので、出版バイアスについては、Vevea et al. (2019) が参考になる。

### 5.3 メタ分析について学ぶ

本稿を読んで、さらにメタ分析について学びたいと思った読者のためにいくつかの文献を紹介する。Lipsey & Wilson (2001)、Cooper (2016) は広義のメタ分析 (系統的レビューとメタ分析) を学ぶのに良い入門書である。Borenstein et al. (2009) は狭義のメタ分析 (統計解析の部分) を学習するのに向いている。和書では、山田・井上 (2012)、岡田・小野寺 (2018) がある。岡田・小野寺 (2018) では、構造方程式モデリングを用いたメタ分析、ベイズ型メタ分析、時間横断型メタ分析など、近年の新しいトピックも紹介されている。

## 注

1) <https://www.cochrane.org/>

2) <https://www.cochranelibrary.com/>

3) <https://campbellcollaboration.org/>



## 文献

- Borenstein, M., L. V. Hedges, J. P. T. Higgins & H. R. Rothstein, 2009, *Introduction to meta-analysis*, New York: Wiley.
- Cooper, H. M., 1982, Scientific guidelines for conducting integrative research reviews, *Review of Educational Research*, 52: 291-302.
- , 2009, *Research synthesis and meta-analysis: A step-by-step approach* (4th ed.), Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- , 2016, *Research synthesis and meta-analysis: A step-by-step approach* (5th ed.), Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Cooper, H. M., & L. V. Hedges (Eds.), 1994, *The handbook of research synthesis*, New York: The Russell Sage Foundation.
- Cooper, H., L. V. Hedges & J. C. Valentine (Eds.), 2009, *Handbook of research synthesis and meta-analysis* (2nd ed.), New York: Russell Sage Foundation.
- Cooper, H., L. V. Hedges & J. C. Valentine (Eds.), 2019, *Handbook of research synthesis and meta-analysis* (3rd ed.), New York: Russell Sage Foundation.
- Glass, G. V., 1976, Primary, secondary, and meta-analysis, *Educational Researcher*, 5: 3-8.
- Hedges, L. V., 1981, Distribution theory for Glass's estimator of effect size and related estimators, *Journal of Educational Statistics*, 6: 107-128.
- Hedges, L. V. & I. Olkin, 1985, *Statistical methods for meta-analysis*, Orlando, FL: Academic Press.
- Hunter, J. E., & F. L. Schmidt, 1990, *Methods of meta-analysis: Correcting error and bias in research findings*, Newbury Park, CA: Sage.
- Light, R. J. & Pillemer, D. B., 1984, *Summing up: The science of research reviewing*, Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Lipsey, M. W. & D. B. Wilson, 2001, *Practical meta-analysis*, Thousand Oaks, CA: Sage.
- Moeyaert, M., K. N. Zimmerman & J. R. Ledford, 2018, "Synthesis and meta-analysis of single-case research", In J. R. Ledford, & D. L. Gast (Eds.), *Single-Case Research Methodology: Applications in Special Education and Behavioral Sciences* (3rd ed.), New York, Routledge, 393-416.
- Moeyaert, M., R. Manolov & E. Rodabaugh, 2020, Meta-analysis of single-case research via multilevel models: Fundamental concepts and methodological considerations, *Behavior Modification*, 44: 265-295.
- 岡田 涼・小野寺孝義編, 2018, 『実践的メタ分析入門』ナカニシヤ出版。
- Pustejovsky, J. E. & J. M. Ferron, 2017, "Research synthesis and meta-analysis of single-case designs", In J. M. Kauffman, D. P. Hallahan & P. C. Pullen (Eds.), *Handbook of special education* (2nd ed.) (pp. 168-186), New York, NY: Routledge.
- Rosenthal, R., 1991, *Meta-analytic procedures for social research*, Newbury Park, CA: Sage.
- Smith, M. L. & G. V. Glass, 1977, Meta-analysis of psychotherapy outcome studies, *American Psychologist*, 32: 752-760.
- Vevea, J. L., K. Coburn & A. Sutton, 2019, "Publication bias", In H. M. Cooper, L. V. Hedges & J. C. Valentine (Eds.), *Handbook of research synthesis and meta-analysis* (3rd ed.), New York: Russell Sage Foundation, 383-429.
- Viechtbauer, W., 2010, Conducting meta-analyses in R with the metafor package, *Journal of Statistical Software*, 36 (3): 1-48.
- URL: <https://www.jstatsoft.org/v36/i03/>
- 山田剛史・井上俊哉編, 2012, 『メタ分析入門——心理・教育研究の系統的レビューのために』東京大学出版会。