Commentary

政策効果の計量分析

一階階差 GMM 推定の手順と実際

柴田 悠
京都大学大学院人間・環境学研究科 准教授

国や自治体の「政策」の効果を分析するには，国レベル・自治体レベルのデータを用いた因果推論が必要となる。その手法の１つとして，「一階階差一般化積率法（GMM）推定」がある。そこで本稿では，国の政策の効果を分析する場合を想定しながら，一階階差GMM推定の意義・方法・問題点・実例を論じる。

1 パネルデータのOLS推定——動学的推定と一階階差推定

「国の政策が社会状況に与える影響」を分析するさいにつかわれる政策変数は，「その政策のための政府支出」などの国レベル変数である。またそれらの変数は，一国内で毎年数値が変動するため，OECD28か国 1980〜2009年データのような「国際比較時系列データ」（国レベルのパネルデータ）というかたちで利用可能である。

データが国レベルの経年パネルデータで，そのデータの情報を最大限に活用して政策効果を分析する場合には，観測対象は「国×年」となる。そこで以下では，「国×年」のパネルデータを想定する。たとえば，「1980年の日本」が１つの対象であり，「1981年の日本」もまた別の１つの対象である。それらが集まって，一群のサンプル（観測対象の集合）になっている。

初歩的な分析手法は最小二乗法（OLS）推定だが，パネルデータにはOLS推定を適用できない。というのも，OLS推定の前提諸条件のうちの2つが，パネルデータでは成立しないからだ。

成立しない2条件のうちの１つは，誤差はどの国でも均一に生じるという条件である。たとえば，「一部の国でだけ誤差が正方向に大きくなりやすい」というような傾向がないことだ。この条件は，パネルデータでは成立しない。なぜなら，たとえば日本に属する全観測対象（1980年日本〜2009年日本）は，回帰式に未投入の歴史文化的な変数の影響によって，互いに似かよった誤差をもちやすいからだ。そこで国レベルのパネルデータでは，国ごとの誤差のまとまり，つまり不均一性を除去する必要がある。具体的には，Whiteの不均一分散一致推定を用いた「標準誤差のロバスト修正」を行う（北村，2005：64-65）。

また，成立しない2条件のうちのもう１つは，どの国のあいだをとってみても誤差の相関がないという条件である。たとえば，「国Aの誤差が正方向に大きいならば，国Bの誤差もそれに応じて正方向に大きくなる」などの関係がないということだ。この条件もまた，パネルデータでは成立しない。なぜなら，たとえば1980年日本の誤差が，回帰式に未投入の社会経済的な変数の影響によって正方向に大きいならば，翌年の1981年日本の誤差も，同じ社会経済変数の影響によって正方向に大きくなりがちだからだ。このような誤差などの「時系列での相関」を「系列相関」という。そこでパネルデータでは，誤差の系列相関を除去する必要があり，そのための主な方法はつぎの2つである。

第１の方法は，「被説明変数の前年値を，あらたな説明変数として回帰式に投入する」方法（動学的推定）である。誤差に系列相関が生じてしまう主な原因としては，誤差のなかに，前年

の被説明変数（そこには前年の誤差がふくまれている）からの影響がふくまれていることがあげられる。つまり，前年の被説明変数が当年の被説明変数に影響を与えているのに，その影響を当年の誤差にふくめてしまっている場合が多い。そのような場合には，この第1の方法を用いれば，当年の誤差のなかから，前年の被説明変数による影響を除外することができ，そのぶん，誤差の系列相関を小さくすることができる。

第2の方法は，「説明変数と被説明変数と誤差のすべてを，前年値からの差（一階階差）に変換してから，係数の推定を行う」という方法（一階階差推定）である。そうすることによって，誤差は前年値からの差に変換されるため，誤差にふくまれていた系列相関（前年値との相関）は，かなりの程度除去されることになる。ただしその推定のさいに，こんどは誤差の一階階差に，系列相関が残っていないことを確かめる必要がある。具体的には，誤差の一階階差に1次の（つまりその前年値との差において）系列相関が残るのは当然であるため，誤差の一階階差に2次の（つまりその前々期値からの差において）系列相関がないことを確かめればよい。

以上の2つの方法によって，誤差の系列相関を除去できれば，OLS推定の2つめの前提条件が満たされたことになる。

ただし，以上は「誤差」に関する前提条件だったが，それとは別に，パネルデータを分析するさいには，「変数」（説明変数と被説明変数）についても，ある前提条件が課される。それは，変数の「定常性」である。定常性とは，「変数の平均値が時間を通じて変わらない」かつ「変数の分散（ばらつき度）が時間を通じて変わらない」という状態（弱定常ともいう）を意味する。変数が定常でない場合，定常になるように変数を変換する必要がある。よくつかわれる変換は，（ここでもまた）一階階差である。多くの時系列変数・パネル変数は，一階階差にすると定常になるからだ。一階階差にした変数が定常であるかどうかを確かめるには，「単位根検定」という方法をつかう。パネルデータ分析では，各変数の（一階階差での）定常性のチェックとして，「パネル単位根検定」をつかう。標準的なパネル単位根検定は，「Maddala-Wu検定」（千木良ほか，2011：146-152）である。

2 「逆の因果」の除去──操作変数推定

さて，「政府支出（対GDP比）が社会状況（例：経済成長率）に与える影響」を分析する場合には，さらに別の問題が残されている。それは，「OLS推定で生じてはいけないとされている『逆の因果』が，生じてしまっているかもしれない」という問題である。

たとえば，仮に政府支出の金額がほとんど変わらないとすると，経済成長率（一人あたりGDP上昇率）が上がった場合には，GDPが大きくなるため，政府支出の対GDP比は小さくなる。逆に，経済成長率が下がった場合には，政府支出の対GDP比は大きくなる。すると，「経済成長率が政府支出（対GDP比）に影響を与えている」（つまり，逆の因果が生じてしまっている）ということになる。

逆の因果を除去するには，「連立方程式の同時推定」（完全情報最尤法推定［FIML推定］や制限情報最尤法推定［LIML推定］）や「操作変数推定」といった推定法をつかう必要がある（林，2002：15）。

前者（連立方程式の同時推定）は，各変数のあいだの相互影響関係や（FIML推定の場合），または少なくともそこで考慮されるべきすべての説明変数を（LIML推定の場合），あらかじめ想定・特定したうえで，複数の回帰式での定数や係数を同時に推定する方法である。

しかし，政府支出の詳しい内訳を考慮する分析では，各政策領域の政府支出を多数投入する必要がある。その場合に連立方程式の同時推定を行うとすれば，各政策領域の政府支出のあい

だのすべての相互影響関係や（FIML推定），考慮されるべきすべての説明変数を（LIML推定），あらかじめ想定・特定する必要がある。しかし，究極的にはどの政策領域もその他の政策領域とのあいだで相互影響関係があると想定することができ，そう想定すると，連立方程式はあまりにも数が多くなってしまい，同時推定が困難になってしまう（FIML推定の困難性）。また，考慮されるべきすべての説明変数を特定することは，「政府支出の効果」というきわめて複雑な社会現象を対象としている以上，原理的に不可能であるといえよう（LIML推定の不可能性）（林，2002：15）。そのため実際には，連立方程式体系の同時推定は適用しがたい。

では，後者（操作変数推定）は，どのような推定法なのだろうか。

以下では，「被説明変数（Y）から影響を受けている説明変数」（内生変数）をXで表す。なお，Xが複数ある場合については後述する。また，X以外の説明変数（外生変数）をまとめて$\overline{X}$で表す。さらに，「内生変数Xを経由してのみ被説明変数Yに対して影響を与える変数」（操作変数）をZ_1〜Z_kで表す。ここでは，操作変数は2つ以上あると想定し，その数をk個と想定している。なお，内生変数Xが複数ある場合は，内生変数X_jのそれぞれについて，固有の操作変数${}_jZ_1$〜${}_jZ_k$を設定する。

まず，「Z_1〜Z_kと$\overline{X}$を説明変数，Xを被説明変数としたOLS推定」を行い（第1段階推定），「Z_1〜Z_kと$\overline{X}$によるXの予測値」（X'）を計算する。つぎに，「この予測値X'と$\overline{X}$を説明変数，Yを被説明変数としたOLS推定」を行う（第2段階推定）。すると，得られたX'の係数推定値は，「YからXへの影響」（逆の因果）を除去したうえでの「XからYへの影響」を表している。

なぜなら，「Xの変動」（Yからの影響もふくまれる）のうち，「X'の変動」は，Yからの影響を受けていないZ_1〜Z_kと$\overline{X}$だけから影響を受けているので，「Yやその他の未知の変数からの影響」をふくんでいない。したがって，$\overline{X}$の変動を統制しながら，X'の変動によってYの変動を説明すればよい。つまり，「X'と$\overline{X}$を説明変数，Yを被説明変数としたOLS推定」を行えばよい。こうすれば，それによって得られたX'の係数推定値は，「Yやその他の未知の変数がXにもたらす因果効果」（逆の因果や見かけ上の相関）を除去したうえでの，「XからYへの因果効果」[1)]となるのである。

以上のプロセスを経た「XからYへの（逆の因果や見かけ上の相関をふくまない）因果効果」の推定方法を，操作変数推定（のうちの2段階最小二乗法）という[2)]（森田，2014：223-245；末石，2015：21-34, 69-75）。

3 すべてを兼ねそなえた一階階差GMM推定

したがって，パネルデータをつかって「各種の政府支出（対GDP比）が経済成長率に与える影響」を分析するには，逆の因果を除去する必要があり，そのためには，「動学的推定」「一階階差推定」「操作変数推定」のすべてを適用したほうが望ましい。そして，この3つの推定法のすべてを兼ねそなえた推定法の1つが，「一階階差一般化積率法（GMM）推定」である。

一階階差GMM推定とは，パネルデータ分析において，「動学的推定」を行うと同時に，「一階階差推定」も行い，さらに，できるかぎり多くの「操作変数」を使用して，逆の因果をできるだけ除去するために，開発された推定法である。具体的には，できるかぎり多くの操作変数をパネルデータのなかの過去の値からとりだして用いながら，動学的に一階階差で操作変数推定を行う。

なお近年では，一階階差GMM推定についても，まだなお問題点が指摘されている。とくに，「内生変数Xと操作変数Zのあいだの相関が弱い場合[3)]が多いこと」や「個体数よりも時点数のほうが小さいときには推定の偏りが大き

くなってしまうこと」が指摘されており，それらの問題点を克服するあらたな推定法（レベルGMM推定，システムGMM推定，制限情報最尤法推定［LIML推定］）も開発されている（千木良ほか，2011：63-81）。ただ，これらの新しい推定法は，「被説明変数（本稿では経済成長率）は分析期間の初期にはほぼ一定だった」という非実際的な前提に基づいていたり（レベルGMM推定，システムGMM推定），「考慮されるべきすべての説明変数を特定できている」という非実際的な前提に基づいていたりと（LIML推定），政策効果の分析ではつかいにくいのが現状である。

4 一階階差GMM推定の手順

一階階差GMM推定の標準的な方法では，計算上どうしても生じてしまう「被説明変数前年値の係数にふくまれる漸近バイアス」をできるかぎり低減し，「内生的な説明変数の係数にふくまれる同時性バイアス（逆の因果や見かけ上の相関）」をできるかぎり低減するために，操作変数・外生変数として，以下の諸変数を最大限用いる（Arellano and Bond, 1991: 290-291; Drukker, 2008）。

- 「被説明変数前年値の過去値からなる諸変数」（内生変数としての被説明変数前年値のための操作変数[4)]）【GMM型操作変数】
- 「先決変数（被説明変数の一階階差からの逆の因果が疑われる説明変数[5)]）の前々年までの過去値からなる諸変数」（内生変数としての先決変数［複数あればそれぞれ］のための操作変数[6)]）【GMM型操作変数】
- 「厳密外生変数（先決変数以外の説明変数）の一階階差からなる諸変数」（第1段階推定と第2段階推定の両方で用いられる外生変数[7)]）【標準型操作変数】

そのうえで，まず第1段階の推定として，「操作変数Z_1～Z_kと外生変数$\overline{X}$を説明変数，X（被説明変数前年値または先決変数）を被説明変数としたOLS推定」を行い，「Z_1～Z_kと$\overline{X}$によるXの予測値」（X′）を計算する。つぎに第2段階の推定として，この予測値X′と外生変数$\overline{X}$を説明変数，Yを被説明変数としたOLS推定を行って，「XからYへの因果効果」（逆の因果や見かけ上の相関はふくまれない）を推定する。ただし実際には，一階階差GMM推定では，計算式の都合上，2段階ではなく1段階で推定することができる（千木良ほか，2011：62 注45）。

5 留意点

ここで，留意すべき点がいくつかある。

第1に，操作変数の数が，先決変数の数とくらべてあまりにも多くなると，「すべての操作変数Z_1～Z_kは，説明変数Xを経由してのみ被説明変数Yに対して影響を与える」（すべての操作変数Z_1～Z_kと誤差が無相関）という前提条件が満たされなくなってしまう。そこで，この前提条件が満たされていることを確かめるために，Sarganの過剰識別制約検定という方法を用いる。この検定では，一般的には，有意確率pが5%以上となれば，「すべての操作変数と誤差が無相関，かつ，誤差が均一分散」という仮説（帰無仮説）が棄却されないため，上記の前提条件が満たされているといえる（千木良ほか，2011：109, 286）[8)]。

第2に，一階階差GMM推定は，一階階差推定であるため，先述の「OLS推定での一階階差推定」と同様に，誤差の一階階差に系列相関が残っていないことを確かめておく必要がある。具体的には，誤差の一階階差に1次の（つまり前年値からの差で）系列相関が残るのは当然であるため，誤差の一階階差に2次の（つまり前々期値からの差で）系列相関がないことを確かめればよい。一階階差GMM推定では，Arellano-Bondの系列相関検定という方法を用いて，

誤差の一階階差の系列相関の有無を確かめる。この検定では，一般的には，有意確率pが5%以上となれば，「誤差の一階階差に2次の系列相関がない」という仮説（帰無仮説）が棄却されないため，「誤差の一階階差に致命的な系列相関は残っていない」といえる（千木良ほか，2011：104-105，109）。

第3に，一階階差GMM推定でも，「国ごとの誤差のまとまり」を除去する必要がある。そこで，ここでも標準誤差のロバスト修正を行う。

なお，統計ソフトとしてはStataが利用可能である。コマンドとしては，Maddala-Wu検定には「xtfisher」，一階階差GMM推定には「xtabond」（「xtabond2」なども使えるがより複雑な設定が必要），Sarganの過剰識別制約検定には「estat sargan」，Arellano-Bondの系列相関検定には「estat abond」，標準誤差のロバスト修正には「r」オプションが利用可能である。なお「xtabond」コマンドでは，先決変数は「,pre(X)」オプションのXで指定し，その指定された先決変数は説明変数リストには入れない（StataCorp LP, 2015）。

6 実例

最後に，「保育サービスの政策効果」を分析した実例を紹介し検討する。

柴田（2016）は，OECD28ヵ国1980〜2009年のパネルデータを一階階差GMM推定によって分析し，「保育サービス（のための政府支出，対GDP%）が女性労働力率に与える影響」と「女性労働力率が労働生産性率に与える影響」を推定した。その結果，理論的に必要な統制諸変数を投入したそれぞれのモデルにおいて，前者の影響を表す係数は「＋1.205」（柴田，2016：138-139　表5-1モデル6），後者の影響を表す係数は「＋1.578」（柴田，2016：116-117　表4-1モデル19）と推定された。そして，「保育サービス支出→女性労働力率→労働生産性成長率」という直接効果（＋1.901）と，それを迂回する間接効果（＋0.767）とを総合すると，保育サービス支出が労働生産性成長率を高める政策効果は「＋2.345」と推定された（柴田，2016：204　表9-2）。

ここで，日本の1980〜2009年の時系列データをOLS推定によって分析し，一人あたり実質GDP成長率に対する労働生産性成長率の係数を推定すると「＋1.222」となる（柴田，2016：90）。したがって，仮にOECD諸国での係数が日本にもそのまま当てはまると仮定すると，上述の2つの係数を掛け合わせて，保育サービス支出が経済成長率を高める政策効果は「＋2.87」と推定される。他方で，近年の日本での公共事業（公的固定資本形成）の乗数効果は「＋1.14」である（浜田ほか，2015：9）。使用データや推定方法が異なるため単純な比較はできないものの，保育サービスは公共事業の約2倍ほどの経済波及効果をもたらす可能性が考えられるのである。

注

1）ただしこれは「あらゆる個体たちに見られる因果効果」ではなく，「Z_1〜Z_kに反応する個体たちだけに見られる局所的な因果効果」（局所的平均処置効果，LATE）にすぎないことには注意が必要である（森田，2014：236）。

2）実際には標準誤差を正しく得るために，Stataなどの統計ソフトでは1回で推定される（森田，2014：228）。

3）被説明変数の前年値が被説明変数に与える影響（被説明変数の係数）が1に近いとき，この問題が生じているとされる（千木良ほか，2011：64）。

4）この操作変数の数は，最大で，{被説明変数の年数×（被説明変数の年数＋1）／2}個。

5）すでに過去値として投入されている説明変数は，「被説明変数からの逆の因果」を被りえないので，この先決変数にはふくまれない。

6）この操作変数の数も，最大で{当該先決変数の年数×（当該先決変数の年数＋1）／2}個。

7）この操作変数の数は，最大で「内生性が疑われない説明変数」の個数。

8）ただし，統計的検定においてはつねに，標本サイズ（パネルデータではN×T）を増やすと，検定力が上がり，帰無仮説が否定される可能性が高まる。よって標本サイズが限定されている場合には，帰無仮説が棄却されなかったとしても，帰無仮説を積極的に支持することはできない（Wooldridge 2010: 135）。これは次のArellano-Bondの系列相関検定についても同様である。

文献

Arellano, M. and Bond S., 1991.“Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations,” *Review of Economic Studies* 58: 277-297.

千木良弘朗・早川和彦・山本 拓，2011，『動学的パネルデータ分析』知泉書館。

Drukker, D. M., 2008. “Econometric analysis of dynamic panel-data models using Stata”, *Summer North American Stata Users Group meeting* 〈http://www.stata.com/meeting/snasug08/drukker_xtdpd.pdf, 2016.8.1〉.

浜田浩児・堀雅博・花垣貴司・横山瑠璃子・亀田泰佑・岩本光一郎，2015，「ESRI Discussion Paper Series No.314　短期日本経済マクロ計量モデル（2015年版）の構造と乗数分析」内閣府経済社会総合研究所〈http://www.esri.go.jp/jp/archive/e_dis/e_dis314/e_dis314.html, 2016.8.1〉。

林正義，2002，「ESRI Discussion Paper Series No.21　社会資本の生産性と同時性」内閣府経済社会総合研究所〈http://www.esri.go.jp/jp/archive/e_dis/e_dis021/e_dis021.html, 2016.8.1〉。

北村行伸，2005，『パネルデータ分析』岩波書店。

森田 果，2014，『実証分析入門――データから「因果関係」を読み解く作法』日本評論社。

柴田 悠，2016，『子育て支援が日本を救う――政策効果の統計分析』勁草書房。

StataCorp LP, 2015, “xtabond: Arellano–Bond linear dynamic panel-data estimation”, *Longitudinal-Data/Panel-Data Reference Manual Release* 14 〈http://www.stata.com/bookstore/longitudinal-panel-data-reference-manual/, 2016.8.1〉.

末石直也，2015，『計量経済学――ミクロデータ分析へのいざない』日本評論社。

Wooldridge, J. M., 2010, *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data, Second Edition*, The MIT Press.